


ANÁLISE DO CRESCIMENTO EDUCACIONAL BRASILEIRO SOB A PERSPECTIVA DO MODELO DE HARROD-DOMAR: UMA APLICAÇÃO COM GEOGEBRA 2D

ANALYSIS OF BRAZILIAN EDUCATIONAL GROWTH FROM THE PERSPECTIVE OF THE HARROD-DOMAR MODEL: AN APPLICATION USING GEOGEBRA 2D

 <https://doi.org/10.63330/sasciencesv6n2-029>

Submetido em: 12/06/2026 e Publicado em: 23/06/2026

SAS: e26250

Maicon Maciel Ferreira de Araújo

Doutorando em Desenvolvimento Regional e Meio Ambiente - PGDRA pela Universidade Federal de Rondônia. Professor de Física

E-mail: maiconmaciel14071991@seduc.ro.gov.br

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0500045213932187>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9345-3484>

Lidiana da Cruz Pereira

Doutora em Educação pela Universidade do Vale de Itajaí. Professora de Filosofia

E-mail: libarroso33@gmail.com

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/4056162673043764>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2641-2233>

RESUMO

Este estudo analisou o crescimento educacional brasileiro sob a perspectiva do modelo de Harrod-Domar, por meio da modelagem matemática e da simulação computacional no GeoGebra 2D, utilizando dados de investimento público em educação e do IDEB para avaliar a eficiência do sistema educacional. O progresso do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica serve como indicador do "desenvolvimento" educacional, enquanto o dispêndio por estudante equivale à proporção de investimento no sistema. O presente estudo fundamenta teoricamente o modelo de Harrod-Domar e investiga a modelagem matemática e a simulação computacional empregando o software GeoGebra como recurso didático. A abordagem metodológica adota a configuração de estudo do tipo descritivo, bibliográfica e documental com natureza exploratória e modelagem da matemática aplicada, fazendo uso de dados pretéritos referentes aos investimentos por estudante e às performances do IDEB no intervalo temporal de 2014 a 2024. As descobertas demonstram oscilações notáveis na performance do sistema, com o intervalo de 2015 a 2017 demonstrando uma rentabilidade positiva, em contraste com o período de 2019 a 2021 que manifestou uma ineficiência passageira originada pelos efeitos da pandemia de COVID-19, culminando em uma recuperação no lapso temporal de 2021 a 2023. Ressalta-se que a eficácia na alocação de recursos exibe uma importância comparável ao montante de capital alocado no progresso da qualidade da formação.



Palavras-chave: Crescimento Educacional; Harrod-Domar; IDEB; GeoGebra.

ABSTRACT

This study analyzed Brazilian educational growth from the perspective of the Harrod-Domar model, using mathematical modeling and computer simulation in GeoGebra 2D, utilizing data on public investment in education and the IDEB (Basic Education Development Index) to evaluate the efficiency of the educational system. The progress of the Basic Education Development Index serves as an indicator of educational "development," while expenditure per student equates to the proportion of investment in the system. This study theoretically grounds the Harrod-Domar model and investigates mathematical modeling and computer simulation using GeoGebra software as a teaching resource. The methodological approach adopts a descriptive, bibliographic, and documentary study configuration with an exploratory nature and applied mathematical modeling, making use of historical data regarding investments per student and IDEB (Basic Education Development Index) performance in the time interval from 2014 to 2024. The findings demonstrate notable oscillations in the system's performance, with the period from 2015 to 2017 showing positive profitability, in contrast to the period from 2019 to 2021, which showed a temporary inefficiency originating from the effects of the COVID-19 pandemic, culminating in a recovery in the time frame from 2021 to 2023. It is emphasized that the effectiveness in resource allocation exhibits an importance comparable to the amount of capital allocated in improving the quality of education.

Keywords: Educational Growth; Harrod-Domar; IDEB; GeoGebra.

1 INTRODUÇÃO

A educação é universalmente admitida como um alicerce crucial para o avanço contínuo e a prosperidade de qualquer estado nação (Garrett, 2010). O florescimento e a evolução de um território resultam de complexas interações entre esferas econômica, social e individual, onde a excelência educacional se manifesta como um determinante primordial para a ascensão socioeconômica e a elevação da qualidade de vida em uníssono (Brown; Reay; Vincent, 2013).

Nesta conjuntura, a alocação de recursos financeiros para a esfera educacional transcende a noção de mero dispêndio, configurando-se antes como um investimento estratégico com prospectivos benefícios substanciais, tanto no âmbito pessoal por meio do aprimoramento do capital humano e da capacitação para melhores remunerações, quanto no plano social mediante a estimulação da capacidade produtiva (Bertotto, 2022; Menezes-Filho; Curi, 2014). Para viabilizar a visualização e análise de intrincadas interdependências, a adoção de ferramentas tecnológicas digitais emerge como um valioso instrumento pedagógico.



Especificamente, o GeoGebra, um programa de matemática dinâmica, possibilita o desenvolvimento de simuladores que permitem a investigação de situações empíricas mediante a alteração de variáveis e constantes em modelos computacionais (Seki et al., 2021).

As simulações baseadas em computador oferecem suporte a educadores e estudantes na descrição, elucidação e previsão da evolução temporal de sistemas, convertendo noções teóricas em instrumentos de pesquisa participativa (Araújo; Bracho, 2020). O tema primordial a ser investigado por esta pesquisa reside na transmutação de investimentos em educação para aprimoramentos na aprendizagem, sob a perspectiva da efetividade do sistema.

Na esfera da teoria econômica, uma miríade de modelos conceituais tem sido elaborada com o intuito de decifrar a correlação entre investimento e desenvolvimento econômico. A estrutura estabelecida pelo modelo de Harrod Domar, desenvolvida de maneira autônoma por Roy Harrod no ano de 1939 e por Evsey Domar em 1946, constitui um arcabouço analítico paradigmático e descomplicado para examinar essa relação causal (Harrod, 1939; Domar, 1946).

Este estudo analisou o crescimento educacional brasileiro sob a perspectiva do modelo de Harrod-Domar, por meio da modelagem matemática e da simulação computacional no GeoGebra 2D, utilizando dados de investimento público em educação e do IDEB para avaliar a eficiência do sistema educacional. Consistindo, inicialmente a elucidação do embasamento teórico que sustenta a analogia entre o modelo de Harrod-Domar e o desenvolvimento da educação; e, em segundo lugar, na apresentação de um guia metodológico para a simulação dessas interconexões utilizando o GeoGebra.

Para demonstrar a aplicabilidade do modelo em questão, realizou-se um estudo empírico que emprega dados concretos referentes ao investimento por discente e às métricas do IDEB no território brasileiro durante o último decênio (2014-2024), analisando criticamente se o incremento do dispêndio tem sido acompanhado por uma administração proficiente dos recursos disponíveis.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No âmbito da procura, a atenção concentra-se na propensão marginal a poupar, que quantifica a proporção do rendimento destinada à poupança e, por conseguinte, ao investimento (madruga, 2010).

Matematicamente, a função de produção adotada neste modelo é formulada como ($Y = \alpha K$), onde (Y) denota o produto ou rendimento e (K) representa o estoque de capital. Assumindo que o investimento (I), definido como o aumento do capital (ΔK), é o determinante da variação do produto, esta última é expressa como ($\Delta Y = \alpha I$).

No que tange à procura, postula-se que a poupança constitui uma parcela proporcional do rendimento, expressa por ($S = sY$), e que, em uma condição de equilíbrio, o investimento projetado deve equiparar-se à poupança ($I = S$) (Madruga, 2010). Postula-se que o crescimento em ponto de equilíbrio



exibe uma instabilidade intrínseca, manifestando-se apenas de forma fortuita devido à ausência de mecanismos de autocorreção de mercado que assegurem a sua perpetuação temporal (Madruga, 2010).

Na eventualidade de a taxa real de expansão econômica afastar-se da taxa assegurada, o sistema econômico tende a produzir desdobramentos progressivos manifestos como períodos recessivos ou um quadro inflacionário persistente (Bresser-Pereira, 2010).

Ainda que sujeito a objeções pela presunta inflexibilidade de suas constantes técnicas no curto período, o modelo de Harrod-Domar mantém sua relevância como um paradigma fundamental para o campo da macroeconomia (Franco González; Ramírez Hassan, 2005). Ele fornece um fundamento lógico para a apreensão de como a acumulação de ativos físicos e a otimização dos dispêndios de capital propiciam o progresso do potencial produtivo duradouro de uma nação.

A edificação de modelos matemáticos pode ser conceitualizada como um procedimento de prospecção de resoluções para dilemas de índole empírica, na qual o constructo matemático atua como o instrumento definidor da referida resolução (Almeida; Tortola; Merli, 2012).

Em tal cenário, a experimentação computacional emerge como uma disciplina que emprega arquétipos representativos de eventos concretos ou conjecturais, facultando ao observador a investigação das consequências da alteração de variáveis com o escopo de antecipar comportamentos (Seki et al., 2021).

O GeoGebra emerge como uma ferramenta didática de elevado potencial para o desenvolvimento de simuladores, conjugando funcionalidades de geometria álgebra e cálculo dentro de um espaço interativo (Seki et al., 2021). Sua interface gráfica possibilita a emulação de características intrínsecas ao comportamento de eventos intrincados, promovendo a apreensão de noções conceituais abstratas mediante a realização de ensaios virtuais (Araújo; Bracho, 2020).

A construção de um simulador no GeoGebra requer a transposição de um modelo concreto, entendido como um esquema mental conciso e organizado de um cenário específico, para uma codificação matemática e, em seguida, para uma linguagem computacional (Seki et al, 2021). Este método possibilita a construção de uma ordem progressiva de elementos geométricos e funcionalidades que interagem de forma adaptável com as ações do operador.

Um recurso de grande relevância no GeoGebra para a criação de modelos simulados são os "controles deslizantes" que operam como variáveis parametrizadas dentro da representação computacional do modelo.

Modificando esses parâmetros, o indivíduo que pesquisa ou aprende tem a capacidade de visualizar imediatamente as consequências de diversas situações hipotéticas, facilitando a apreensão aprofundada das relações mútuas entre as grandezas componentes do sistema em análise. Com efeito, o GeoGebra transcende a funcionalidade de mera calculadora gráfica, configurando se como um fértil ambiente de investigação.



Neste espaço, a interação entre modelos formais e dinâmicos viabiliza a meticulosa análise da progressão temporal de diversos fenômenos (Seki et al., 2021). A incorporação de tais simuladores no contexto da educação matemática fomenta a adoção de decisões criteriosamente embasadas e a apropriação de uma compreensão matematicamente mediada de contextos vivenciados no cotidiano.

A transposição do modelo concebido por Harrod e Domar para o domínio da educação possibilita uma análise do desenvolvimento da qualidade do ensino no Brasil sob uma perspectiva inédita e pedagogicamente enriquecedora. Nesta analogia, a evolução das conquistas de aprendizado, especialmente a variação anual do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica IDEB, é equiparada à "taxa de crescimento" no âmbito educacional.

O IDEB estabelecido em 2007 atua como um índice consolidado que integra a eficiência do processo educacional, refletida nas taxas de aprovação, juntamente com as pontuações obtidas em avaliações sistematizadas como o SAEB (Cappellari et al., 2023).

Este indicador possibilita a observação atenta do sistema educacional e a identificação de redes com dificuldades metodológicas ou de progressão dos estudantes, funcionando como a medida de "produto" dentro da estrutura do modelo modificado (Bertotto, 2022; INEP, 2020).

Dentro da arquitetura deste modelo, os recursos financeiros alocados por discente são concebidos como a taxa de investimento ou poupança do sistema, compreendendo despesas relacionadas a instalações físicas, inovações tecnológicas e desenvolvimento profissional do corpo docente. Por sua vez, a relação capital produto passou a representar o nível de eficiência ou ineficiência existente na conversão desses recursos financeiros em ganhos efetivos no âmbito da aprendizagem.

A incorporação de modelos de crescimento econômico ao domínio educacional encontra seu fundamento na Teoria do Capital Humano, delineada por proeminentes estudiosos como Theodore Schultz e Gary Becker. Esses pesquisadores postulam que o processo educacional deve ser concebido como um investimento de capital com potencial para gerar frutos produtivos substanciais (Becker, 1964).

A conversão da taxa de crescimento ¹linear $g = s/v$ em uma função exponencial de tipo $f(x) = P_0(1+g)^x$ constitui uma metodologia convencional empregada tanto na Dinâmica de Sistemas quanto na Econometria para a representação de fenômenos de crescimento cumulativo.

Acadêmicos de renome, incluindo Robert Solow, que aprofundou o modelo de Harrod-Domar, empregam funções de produção cujas configurações dinâmicas frequentemente se manifestam como trajetórias de crescimento exponencial (Solow, 1956).

A implementação pedagógica deste modelo no software GeoGebra faculta aos estudantes a inserção de dados concretos de investimento e do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica IDEB referentes

³ g = taxa de crescimento; s = taxa de investimento; v = relação capital-produto.



à última década para a dedução da eficácia do sistema educacional brasileiro. Mediante a execução de simulações, torna-se patente que a simples incrementação do montante investido, desacompanhada de uma administração eficaz, pode revelar-se inadequada para a consecução dos objetivos de qualidade preconizados pelo Plano Nacional de Educação PNE (Brasil, 2020).

Esta investigação empírica demonstra que a otimização na distribuição de recursos possui uma importância equivalente à quantidade de capital alocado. A incorporação de diretrizes normativas, exemplificada pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), pode ser concebida dentro do simulador como uma iniciativa destinada a aprimorar o capital educacional inerente, promovendo a diminuição de ineficiências e a amplificação do retorno sobre o investimento efetuado no ensino fundamental.

3 METODOLOGIA

A presente investigação caracteriza-se como uma pesquisa descritiva, bibliográfica e documental, de natureza exploratória, fundamentada pelo modelo de Harrod-Domar, por meio da modelagem matemática e da simulação computacional no GeoGebra 2D.

O estudo utiliza dados históricos referentes aos investimentos públicos por estudante e aos resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) no período de 2014 a 2024, com o objetivo de analisar a eficiência do sistema educacional brasileiro por meio da adaptação do modelo macroeconômico de Harrod-Domar ao contexto educacional.

Para tanto, emprega-se a modelagem matemática e a simulação computacional no software GeoGebra 2D, possibilitando a análise da relação entre investimento educacional, eficiência do sistema e evolução dos indicadores de qualidade da educação.

No que concerne aos procedimentos metodológicos, a abordagem proposta apoia-se em pesquisa bibliográfica e documental, empregando dados históricos referentes ao investimento por aluno e aos resultados do IDEB na última década (2014-2024) como insumo para a análise (Severino, 2014). A coleta das informações que sustentam a modelagem no GeoGebra e o desenvolvimento do estudo de caso foi realizada a partir de bases de dados oficiais e consolidadas do setor educacional brasileiro, garantindo assim a precisão requerida em uma pesquisa de natureza documental.

O quadro 01 detalha o procedimento para a elaboração de uma simulação interativa no GeoGebra com o propósito de ilustrar a correlação entre Investimento (s), Eficiência (v) e o Crescimento do IDEB (g).



Quadro 01: Procedimentos de construção e uso do modelo no Geogebra.

Etapa	Procedimento
I	Abra o GeoGebra (versão Clássica ou Calculadora Gráfica).
II	Selecione a ferramenta Controle Deslizante na barra de ferramentas superior.
III	Clique na área de visualização para criar o primeiro controle. Nome: s (Taxa de Investimento em Educação, ex: % do PIB ou variação do investimento por aluno). Intervalo: Mín: 0, Máx: 20, Incremento: 0.1.
IV	Crie um segundo controle deslizante. Nome: v (Relação Capital-Produto Educacional / Ineficiência). Intervalo: Mín: 0.1, Máx: 10, Incremento: 0.1. (Nota: v não pode ser zero para evitar divisão por zero).
V	Na barra de entrada (Entrada algébrica), digite a fórmula do modelo de Harrod-Domar: $g(x) = s / v$ (Nota: No GeoGebra, g será tratado como uma constante dependente de s e v . Para visualizar ao longo do tempo, usaremos x como a variável tempo).
VI	Vamos assumir um IDEB inicial (IDEB_0) e calcular seu crescimento ao longo dos anos ($\text{\$x\$}$). Crie um controle deslizante para o IDEB inicial: Nome: IDEB_0 Intervalo: Mín: 0, Máx: 10, Incremento: 0.1. (Defina o valor atual para 5.2, que foi o IDEB de 2013).
VII	Na barra de entrada, defina a função que projeta o IDEB ao longo do tempo (anos): $\text{IDEB}(x) = \text{IDEB}_0 * (1 + (s/v) / 100)^x$ (Aqui, dividimos s/v por 100 assumindo que s e v geram uma taxa percentual de crescimento).
VIII	A função $\text{IDEB}(x)$ gerará uma curva exponencial no gráfico. Ajuste os eixos: Eixo X (Tempo): Representa os anos (ex: 0 = 2014, 10 = 2024). Ajuste a visualização para mostrar de 0 a 15. Eixo Y (IDEB): Representa a nota do IDEB. Ajuste a visualização para mostrar de 0 a 10. Para facilitar a leitura, você pode adicionar pontos específicos. Por exemplo, o IDEB projetado para o ano 10 (2024): $\text{Ponto}_{2024} = (10, \text{IDEB}(10))$
IX	Para comparar a simulação com a realidade, insira os pontos de dados reais coletados: Na barra de entrada, digite as coordenadas dos anos e do IDEB real (considerando 2013 como ano -1, 2015 como ano 1, etc., ou ajuste a escala. Vamos usar 2014 como ano 0 para simplificar, interpolando os dados bianuais: $A = (1, 5.5)$ (2015) $B = (3, 5.8)$ (2017) $C = (5, 5.9)$ (2019) $D = (7, 5.8)$ (2021 - Efeito Pandemia) $E = (9, 6.0)$ (2023)
X	Mova os controles deslizantes s e v : Aumente s (Investimento) e observe a curva do IDEB subir mais rapidamente. Aumente v (Ineficiência) e observe a curva do IDEB achatar, indicando que o investimento está gerando menos resultado.

Fonte: autor, 2026.

Adicionalmente, o estudo emprega a modelagem matemática e a simulação computacional por meio do software GeoGebra, caracterizando-se como uma investigação de cunho quantitativo cujo propósito é converter construtos teóricos abstratos em instrumentos dinâmicos para o escrutínio da realidade (Severino, 2014).

As métricas de desempenho acadêmico, traduzidas pelas avaliações anuais do IDEB para o ensino fundamental inicial da esfera pública, foram coletadas através do INEP. Simultaneamente, as informações financeiras concernentes aos recursos investidos por estudante anualmente foram compiladas a partir das



prestações de contas do ²SIOPE/FNDE, com o auxílio do Anuário Brasileiro da Educação Básica para solidificar os dados históricos (Brasil, 2026).

A pesquisa selecionou um intervalo temporal específico que se estende de 2014 a 2024, coincidindo integralmente com o período de implementação do Plano Nacional de Educação. Esta delimitação temporal possibilita um exame detalhado da dinâmica educacional em momentos prévios e posteriores a eventos cruciais como a validação oficial da Base Nacional Comum Curricular e as consequências da crise sanitária provocada pela COVID-19.

A natureza pública e acessível desses dados em plataformas como o ³QEdu assegura a validação da simulação, tornando-a uma representação matemática confiável da evolução real da educação brasileira na última década.

A modelagem emprega a Equação Fundamental de Harrod-Domar para estabelecer a taxa de crescimento potencial do sistema, projetando-a por meio de uma função de crescimento composto, em conformidade com os princípios da literatura de Teoria do Capital Humano, a fim de comparar a trajetória teórica de investimento com os resultados empíricos do IDEB.

O propósito da simulação reside na otimização dos parâmetros (s e v), de modo a assegurar que a trajetória teórica IDEB(x) se aproxime de forma acentuada dos pontos empíricos (A, B, C, D, E), desvelando assim o grau de "eficiência" efetiva do sistema educacional brasileiro durante o decênio mais recente.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para o presente estudo de caso, foram empregados dados históricos referentes ao investimento por aluno e ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), especificamente para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Brasil.

É crucial ressaltar que a taxa de investimento (s) e a razão capital produto (v) constituem simplificações conceituais empregadas com propósitos análogos, podendo tais variáveis ser objeto de influência por uma multiplicidade de fatores no contexto da realidade observada.

² SIOP, Sistema de Informações sobre Orçamentos Públicos em Educação, é um sistema eletrônico, operacionalizado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação - FNDE, instituído para coleta, processamento, disseminação e acesso público às informações referentes aos orçamentos de educação da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, sem prejuízo das atribuições próprias dos Poderes Legislativos e dos Tribunais de Contas. O SIOPE, visando à padronização de tratamento gerencial, calculará a aplicação da receita vinculada à manutenção e desenvolvimento do ensino de cada ente federado. O sistema contribui para garantir maior efetividade e eficácia das despesas públicas em educação e, em última instância, para a melhoria da qualidade dos serviços prestados à sociedade pelo Estado. Disponível em: < https://www.fnde.gov.br/siope/o_que_e.jsp > Acesso em: 10 jun. 2026.

³ QEdu. É uma plataforma brasileira que reúne, organiza e apresenta dados educacionais públicos de forma acessível para gestores, pesquisadores, professores, estudantes e cidadãos interessados em acompanhar a qualidade da educação. Sua principal função é transformar dados oficiais, muitas vezes complexos, em informações fáceis de consultar e interpretar. Disponível em: <https://qedu.org.br/brasil/ideb/estados>. Acesso em: 5 maio 2026.



A experimentação simulada realizada em ambiente GeoGebra, figuras 01 e 02 a seguir, possibilitam a modificação dos parâmetros (s e v), com o intuito de emular a trajetória factual do IDEB.

Um valor reduzido para (v), indicativo de uma maior eficiência, seria preferencial, uma vez que este cenário conota a capacidade do sistema educacional de prover maiores resultados de aprendizagem mediante a alocação de um volume de investimento idêntico.

A oficialização da Base Nacional Comum Curricular, ao estabelecer parâmetros curriculares unificados e priorizar o desenvolvimento de competências, visa precisamente aprimorar essa interdependência, conferindo ao sistema uma maior efetividade (Brasil, 2018).

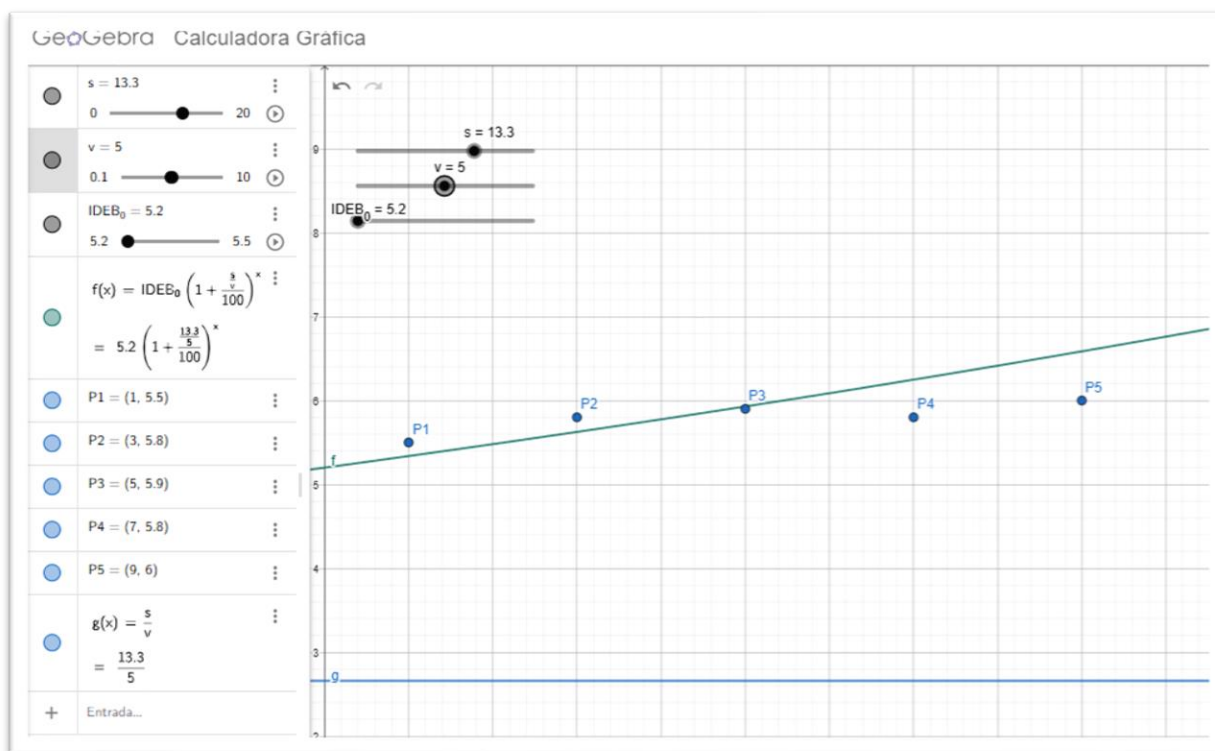
A analogia do modelo de Harrod-Domar apresenta uma estrutura conceitual acessível, contudo eficaz, para a investigação do progresso educacional. Essa analogia evidencia a interligação existente entre a magnitude dos recursos aplicados e a eficácia com que estes são transformados em concretizações de aprendizagem.

A "BNCC+", definida como a maximização da aplicação da BNCC, pode ser interpretada como um instrumento para aprimorar a razão entre capital e produto no domínio da educação v , conseqüentemente aumentando a produtividade do sistema.

É imperativo reconhecer as restrições inerentes a esta comparação. O avanço educacional constitui um processo intrincado, moldado por determinantes sociais econômicos culturais políticos e pedagógicos que excedem os parâmetros simplificados propostos pelo modelo. A excelência do aporte financeiro, e não unicamente a sua magnitude, constitui um fator primordial. Ademais, a mensuração do resultado educacional (IDEB) representa uma métrica agregada incapaz de abranger a integralidade do progresso humano e das habilidades fomentadas pelo processo educativo.



Figura 01: Simulação do Geogebra 2D demonstrando o caráter linear do modelo.



Fonte: Software online Geogebra 2D, 2026.

Entretanto, a emulação no ambiente GeoGebra, Figuras 01, e a investigação pormenorizada com informações factuais operam como instrumentos didáticos e analíticos de grande valia. Tais ferramentas facultam a gestores de políticas públicas, profissionais da educação e estudiosos a visualização das repercussões de distintas situações de investimento e de desempenho, estimulando uma análise crítica concernente à distribuição de recursos e às táticas voltadas à elevação do padrão educacional no território brasileiro.

Analisando os indicadores, um crescimento estável no financiamento por estudante é notável durante o período de dez anos, com a notável exceção do ano de 2020 devido às repercussões da crise sanitária global.

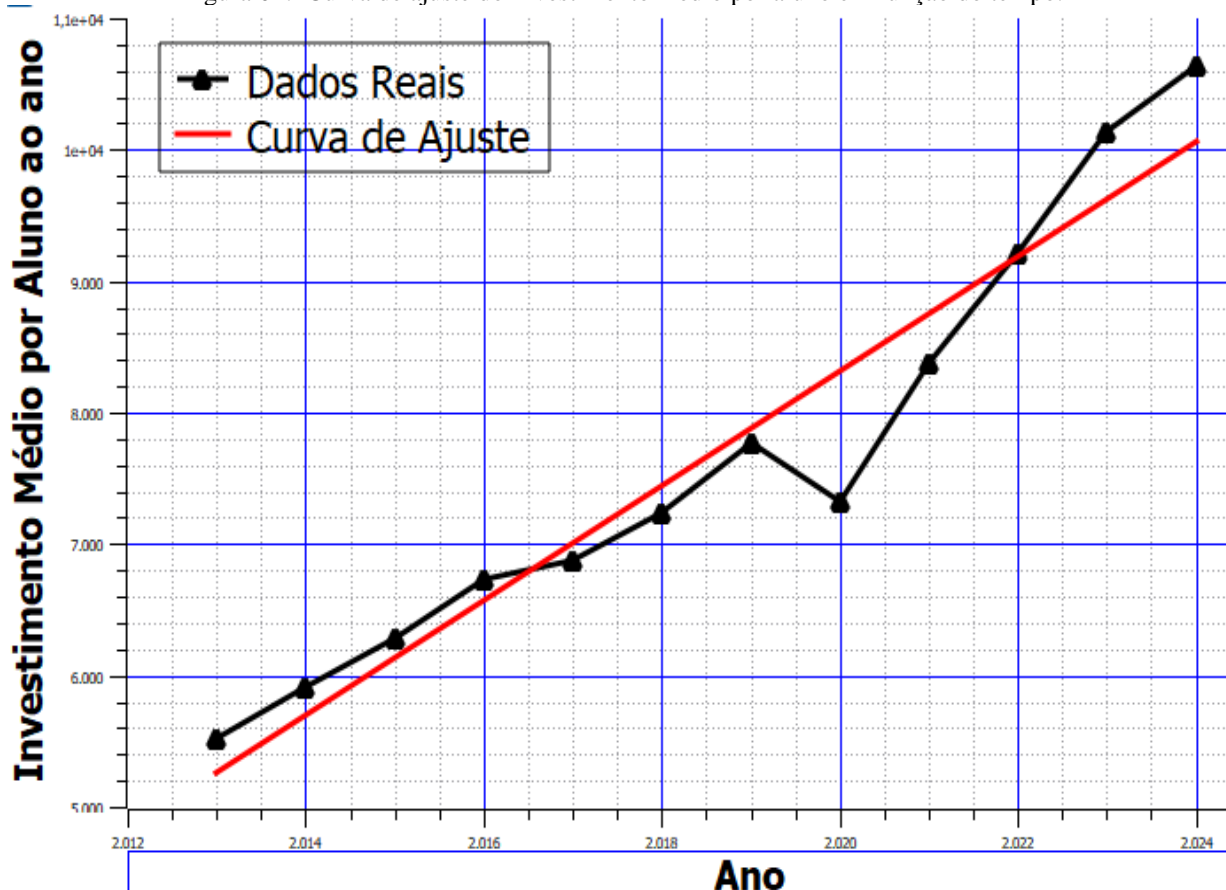
O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica também demonstrou uma trajetória ascendente, alcançando seu objetivo em 2023, embora tenha experimentado um recuo em 2021, o que evidencia as dificuldades impostas pela disseminação do coronavírus.

A mudança percentual tanto no IDEB quanto no montante financeiro é mensurada em comparação com o intervalo temporal prévio documentado. No que concerne ao IDEB, essa alteração é avaliada a cada dois anos, enquanto para os recursos alocados, a mensuração ocorre em uma base anual.



Entre os anos de 2015 e 2017, a alocação financeira apresentou um acréscimo, e o IDEB evoluiu de cinco ponto cinco para cinco ponto oito, um incremento aproximado de cinco ponto quarenta e cinco por cento.

Figura 02: Curva de ajuste do Investimento médio por aluno em função do tempo.



Fonte: Software SciDAVis, 2026.

O gráfico apresentado na figura 02 nos mostra a viabilidade de uma aproximação linear como curva de ajuste para os dados reais. Nota-se que a curva de regressão linear possui o formato $Y=436,72X-873,85$, onde (X) representa o ano e (Y) o investimento médio por aluno ao ano. Juntamente com a regressão linear no software SciDavis obtemos que $R^2 = 0,9973$, o que nos apresenta um ajuste aceitável. Além disso a média encontrada foi de 7.667,43 com um desvio padrão de 1.630,689.

Esses dados apontam para uma "eficácia" considerável, na qual o aumento dos recursos destinados resultou em um aprimoramento percebido no IDEB. No intervalo temporal de 2019 a 2021 o aporte de capital expandiu-se consideravelmente, mas simultaneamente o índice IDEB declinou de 5.9 para 5.8, o que representa uma redução aproximada de 1.69%. Durante essa conjuntura, o indicador de "eficiência" (v) permaneceu em patamares negativos ou excessivamente elevados (indicando ineficiência), sugerindo que o volume financeiro direcionado não foi substancial o bastante para contrapor os efeitos



prejudiciais da crise sanitária na educação, ou que a gestão dos fundos não foi otimizada para sustentar a trajetória ascendente observada anteriormente.

O quadro 02 subsequente delinea uma quantificação do desembolso médio por estudante e os desempenhos do IDEB nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em território nacional ao longo do último decênio.

Quadro 02: Evolução do Investimento Público Direto por Estudante e do IDEB nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – Brasil (2013-2024).

Ano	Investimento Médio por Aluno/Ano (R\$)	IDEB Brasil (Anos Iniciais)	Varição Investimento (%)
2013	5.519,23	5.2	N/A
2014	5.911,21	N/A	7,10%
2015	6.287,49	5.5	6,37%
2016	6.734,83	N/A	7,11%
2017	6.877,22	5.8	2,11%
2018	7.228,94	N/A	5,11%
2019	7.768,60	5.9	7,47%
2020	7.315,64	N/A	-5,83%
2021	8.375,95	5.8	14,49%
2022	9.213,55	N/A	10,00%
2023	10.134,90	6.0	10,00%
2024	10.641,65	N/A	5,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2026) com base em dados do INEP e SIOPE/FNDE.

No lapso temporal compreendido entre 2021 e 2023, observou-se um acréscimo substancial no volume de investimentos, que transitaram de 6.500 (seis mil e quinhentos) para 7.800 (sete mil e oitocentos reais), configurando um crescimento aproximado de 20% (vinte por cento).

Paralelamente, houve uma recuperação do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, elevando-se de cinco ponto oito para seis ponto zero, representando uma elevação de aproximadamente três vírgula quarenta e cinco por cento.

Tais eventos sinalizam uma restauração na chamada "eficiência", na qual a expansão do investimento financeiro e, presumivelmente, a adequação a novos cenários pós-pandêmicos, facilitaram a reascensão do IDEB.

A aplicação analógica do modelo econômico revelou que o crescimento educacional, conforme mensurado pelo IDEB, não se origina unicamente do montante de recursos financeiros alocados, mas é fundamentalmente determinado pela eficácia intrínseca do sistema.

Por meio da investigação realizada, constatou-se que a gestão eficiente dos recursos financeiros possui uma importância comparável ao próprio volume de verbas para assegurar progressos significativos na qualidade do ensino.

A análise do período compreendido entre 2014 e 2024 demonstrou flutuações notáveis na eficiência: o intervalo de 2015 a 2017 caracterizou-se por um retorno favorável do capital investido refletido em



incrementos no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica IDEB, ao passo que o quadriênio de 2019 a 2021 revelou uma desvantagem temporária decorrente das repercussões da pandemia, cenário no qual o incremento do investimento se mostrou incapaz de impedir uma deterioração nos indicadores de aprendizagem.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação do software GeoGebra, configurando-se como um instrumento de modelagem e simulação, ratificou seu mérito como um recurso didático proveitoso, facilitando a representação visual em movimento de noções abstratas. A edificação do simulador permitiu a visualização de como a variável de ineficiência (v) pode mitigar a trajetória ascendente do IDEB, mesmo em circunstâncias de elevada aplicação de capital (s), sublinhando a imprescindibilidade de diretrizes governamentais focadas na maximização dos procedimentos pedagógicos e administrativos.

Esta relação intrínseca entre a formulação teórica e a aplicação prática da matemática proporciona a estudiosos e formadores um ambiente propício para a avaliação criteriosa das consequências de variadas situações de investimento a longo prazo.

Conclui-se que, não obstante as restrições inerentes ao modelo por constituir uma representação simplificada de uma complexa realidade sujeita a múltiplas variáveis socioeconômicas, ele delineia uma direção inequívoca para o ordenamento do processo educacional. A procura por uma "BNCC+" concebida como a aperfeiçoada implementação da Base Nacional Comum Curricular representa uma trajetória estratégica fundamental para mitigar o dispêndio de capital educacional e otimizar o retorno financeiro por unidade monetária aplicada.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E.; MERLI, R. F. Modelagem matemática – com o que estamos lidando: modelos diferentes ou linguagens diferentes? *Acta Scientiae*, Canoas, v. 14, n. 2, p. 215-239, 2012. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/230>. Acesso em: 6 maio 2026.

ARAÚJO, R. E. G.; BRACHO, L. A. C. Simuladores com o software GeoGebra como objetos de aprendizagem para o ensino da física. *Tecné, Episteme Y Didaxis: TED*, n. 47, 2020. DOI: <https://doi.org/10.17227/ted.num47-11336>. Disponível em: http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142020000100201. Acesso em: 6 maio 2026.

BECKER, G. S. *Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis, with Special Reference to Education*. Chicago: University of Chicago Press, 1964. Disponível em: <https://www.nber.org/books-and-chapters/human-capital-theoretical-and-empirical-analysis-special-reference-education-first-edition>. Acesso em: 6 maio 2026.



BERTOTTO, Ramon. Investimento mínimo por aluno para atingir as metas de qualidade educacional do II PNE: **uma estimativa para os anos finais do ensino fundamental no ano de 2019 com base em uma função de custo**. 2022. 64 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciências Econômicas) – Centro Socioeconômico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/242491>. Acesso em: 6 maio 2026.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 6 maio 2026.

BRASIL. Ministério da Educação. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). **Dados Abertos**. Brasília, DF: FNDE, 2026. Disponível em: <https://www.gov.br/fnde/pt-br/acesso-a-informacao/dados-abertos>. Acesso em: 5 maio 2026.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Resultados do IDEB**. Brasília, DF: Inep, 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb>. Acesso em: 6 maio 2026.

BRESSER-PEREIRA, Luiz Carlos. O Modelo Harrod-Domar e a Substitutibilidade de Fatores. **Revista de Administração de Empresas**, [S. l.], v. 13, n. 2, 2010.

BROWN, Phillip; REAY, Diane; VINCENT, Carol. Education and social mobility. **British Journal of Sociology of Education**, v. 34, n. 5/6, p. 637-643, 2013.

CAPPELARRI, Deise Maria et al. Um olhar sobre o IDEB: relação com investimento na educação, número de alunos matriculados, média de horas aula e PIB per capita. **Revista Gestão & Sustentabilidade**, v. 5, n. 1, p. 144-164, 2023. Disponível em: <https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/RGES/article/view/13875>. Acesso em: 6 maio 2026.

DOMAR, Evsey D. Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment. **Econometrica**, v. 14, n. 2, p. 137-147, abr. 1946. DOI: <https://doi.org/10.2307/1905364>. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1905364>. Acesso em: 6 maio 2026.

FRANCO GONZÁLEZ, Humberto; RAMÍREZ HASSAN, Andrés. El modelo Harrod-Domar. **Ecos de Economía**, n. 21, p. 131-152, out. 2005. Disponível em: <https://publicaciones.eafit.edu.co/index.php/ecos-economia/article/view/1969>. Acesso em: 6 maio 2026.

GARRETT, R. M. **Education and Development**. London: Routledge, 2010.

HARROD, Roy F. An Essay in Dynamic Theory. **The Economic Journal**, v. 49, n. 193, p. 14-33, mar. 1939. DOI: <https://doi.org/10.2307/2225181>. Disponível em: <https://academic.oup.com/ej/article-abstract/49/193/14/5268358>. Acesso em: 6 maio 2026.

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Resultados Ideb 2023**. Brasília, DF: Inep, [2024]. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb/resultados>. Acesso em: 8 maio 2026.

INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Investimento público direto em educação por estudante em valores nominais, por nível de ensino – 2000 a 2021**. Brasília,



DF: Inep, [2024]. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/indicadores-educacionais/indicadores-financeiros-educacionais>. Acesso em: 8 maio 2026.

MADRUGA, Carolina Colussi. **Um debate sobre os limites do crescimento econômico no Brasil sob a perspectiva do modelo Harrod-Domar**. 2010. 72 f. UNESP, Araraquara, 2010. Disponível em: <https://acervodigital.unesp.br/handle/11449/119754>. Acesso em: 6 maio 2026.

MENEZES-FILHO, Naércio; CURI, Andréa Z. The relationship between school performance and future wages in Brazil. **EconomiA**, v. 15, n. 3, p. 261-274, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.econ.2014.08.001>. Disponível em: <https://www.econstor.eu/handle/10419/179576>. Acesso em: 6 maio 2026.

QEDU. **Ideb por Estado**. São Paulo: QEdu. Disponível em: <https://qedu.org.br/brasil/ideb/estados>. Acesso em: 5 maio 2026.

SEKI, Jeferson Takeo Padoan et al. O uso do software GeoGebra na elaboração de simuladores para investigar situações da realidade. In: Encontro Paranaense de Tecnologia na Educação Matemática, 2., 2021, Curitiba. Disponível em: <https://sbemparana.com/arquivos/anais/eptem2/anais/p1338.pdf>. Acesso em: 6 maio 2026.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2014.

SIOP, **Sistema de Informações sobre Orçamentos Públicos em Educação**. Disponível em: https://www.fnde.gov.br/siope/o_que_e.jsp. Acesso em: 10 de junho de 2026.

SOLOW, R. M. A Contribution to the Theory of Economic Growth. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 70, n. 1, p. 65-94, 1956. DOI: <https://doi.org/10.2307/1884513>. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1884513>. Acesso em: 6 maio 2026.

TODOS PELA EDUCAÇÃO; FUNDAÇÃO SANTILLANA; EDITORA MODERNA. **Anuário Brasileiro da Educação Básica 2024**. São Paulo: Todos Pela Educação, [2024]. Disponível em: <https://anuario.todospelaeducacao.org.br/2024/capitulo-9-financiamento.html>. Acesso em: 8 maio 2026.